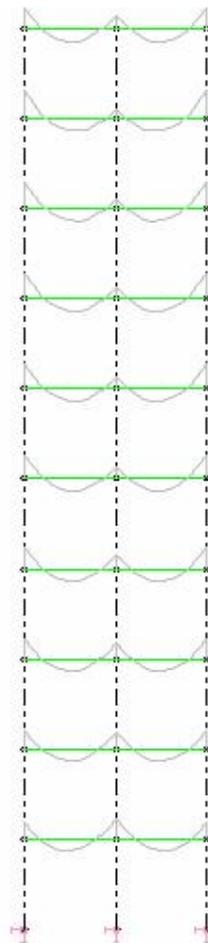


## P-Δ COM CONSIDERAÇÃO DE RIGIDEZ AXIAL

As deformações e os esforços atuantes na estrutura de um edifício em concreto armado devidos ao seu peso próprio são em grande parte definidos pelo processo usado na sua construção. A não consideração do processo construtivo da estrutura de concreto na sua análise pode levar a resultados incompatíveis com o real comportamento da estrutura. Um caso típico, onde o processo construtivo deve ser considerado, é o de um edifício que sob a ação do seu peso próprio tem os seus pilares submetidos a tensões normais significativamente diferentes entre si. Para ilustrar essa situação, tomemos, como exemplo, a análise do pórtico plano de concreto, representado na figura abaixo, submetido apenas a ação do seu peso próprio. Uma análise elástica linear desse modelo sem considerar as suas etapas construtivas leva aos seguintes diagramas de momentos fletores nas suas vigas.



**E = 2.100.000 tf/m<sup>2</sup>**  
**Poisson = 0.20**

**vigas e pilares**  
**secao: 0,40m x 0,40m**

Fig.01 – momentos vigas (peso próprio) - modelo pilares com rigidez axial real

Nota-se que o momento negativo nas vigas sobre o pilar central reduz-se muito nos andares superiores do pórtico, quando comparados aos dos andares mais baixos. Essa redução do momento negativo deve-se ao acentuado deslocamento vertical relativo entre o pilar central e os pilares externos, produzido pelas maiores tensões normais atuantes no pilar central. No entanto, parte desse afundamento relativo do apoio da viga no pilar central na verdade não ocorre. Na

realidade, o pórtico seria construído por etapas, andar a andar. Em cada etapa, o pavimento a ser construído seria nivelado e somente a ação do seu peso próprio e do peso próprio dos pavimentos superiores ao mesmo provocaria deslocamento vertical relativo dos apoios da viga desse andar. Portanto, o afundamento relativo das vigas dos andares superiores no pilar central é menor do que o obtido na análise elástica linear executada anteriormente, onde o peso próprio de todos os andares provocam deslocamentos relativos num dado pavimento. Conseqüentemente, a redução real do momento negativo da viga sobre o pilar central nos andares superiores também será menor que a apresentada nesse modelo.

Para se modelar mais precisamente o comportamento real de estruturas de edifícios em concreto armado sob ação das cargas verticais do peso próprio, deveria se realizar uma análise seqüencial na qual as diversas etapas de construção do edifício estivessem representadas. No entanto, essa análise demanda um exaustivo procedimento de modelagem passo a passo, que ainda não foi implementado no Sistema TQS, e um grande esforço computacional na sua solução. Como alternativa, introduziu-se no Sistema TQS a possibilidade de se definir um fator multiplicador para a rigidez axial dos pilares quando da análise de um edifício sujeito a casos de cargas verticais. Com a adoção desse multiplicador para a rigidez axial dos pilares, os deslocamentos verticais relativos dos pilares podem ser reduzidos, obtendo-se momentos fletores nas vigas mais próximos daqueles que realmente atuam na estrutura do edifício. A figura abaixo mostra os diagramas de momentos solicitantes nas vigas do pórtico plano quando a rigidez axial dos pilares é multiplicada por 10. Observa-se que os momentos negativos nas vigas deixaram de sofrer a redução acentuada ao longo da altura do edifício, existente na análise anterior.

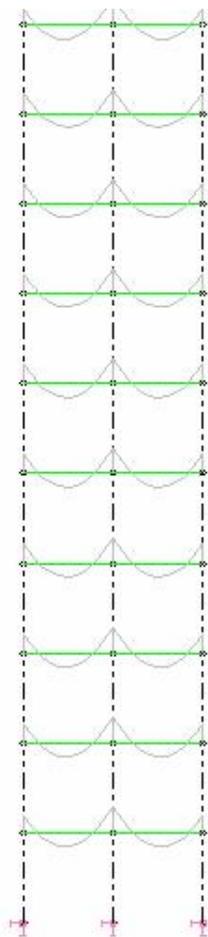


Fig.02 – momentos vigas (peso próprio) – modelo pilares com rigidez axial majorada em 10x

Com a introdução desse multiplicador de inércia axial no Sistema TQS, passou-se, então, a se utilizar diversos modelos na análise elástica linear de um edifício. Na análise da estrutura sob a ação de cargas verticais devidas ao peso próprio, adota-se um modelo com a rigidez axial dos pilares majorada por um fator multiplicador. E nas análises dos casos de cargas laterais, por exemplo cargas de vento, adota-se um modelo com a inércia axial "real" para os pilares. Os resultados para as combinações de casos de cargas verticais com os casos de cargas laterais são obtidos simplesmente somando-se os resultados das análises realizadas nos diferentes modelos (princípio da superposição de efeitos).

Esse artifício do emprego de um multiplicador de inércia axial dos pilares para representar parcialmente os efeitos das fases construtivas do edifício funciona bem na análise elástica linear. Seria interessante mantê-lo dentro do contexto da análise elástica não linear geométrica. Contudo, uma dificuldade surge no seu emprego na análise elástica não linear geométrica de um edifício submetido a ação do vento, o princípio da superposição dos efeitos não mais é válido. Na análise não linear geométrica a rigidez da estrutura depende das cargas nela aplicadas. Portanto, em tal análise as cargas laterais e verticais devem ser consideradas simultaneamente num único modelo. Esse fato leva o engenheiro estrutural a um dilema sobre qual dos 2 modelos ele deve adotar. No modelo sem o emprego do multiplicador axial para os pilares, os deslocamentos laterais de segunda ordem são calculados com boa aproximação, mas os momentos fletores nas vigas não são compatíveis com o processo construtivo do edifício. Já no modelo onde se aplica o multiplicador de inércia axial aos pilares, os momentos fletores nas vigas são compatíveis com o processo construtivo mas o cálculo dos deslocamentos laterais de segunda ordem são afetados pelo enrijecimento irreal dos pilares.

Na **versão 13 do Sistema TQS** foi implementado uma estratégia que tenta superar esse dilema e estende o emprego do multiplicador de inércia, com seus diferentes modelos, para a análise não linear geométrica de um edifício sujeito a ação do vento. A seguir explicaremos essa estratégia.

No mundo real, a ação do vento em edifícios ocorre quando os mesmos já estão submetidos a ações verticais, como peso próprio e outras cargas permanentes. Isso significa que, no momento que antecede a atuação do vento num edifício, a sua estrutura se encontra deformada e em equilíbrio com essas cargas verticais. Tais deformações geram esforços solicitantes que influenciam na rigidez da estrutura, podendo no caso de edifícios altos e esbeltos tornar a sua rigidez lateral significativamente menor do que a aquela determinada supondo-se a estrutura descarregada. Quando o vento atua, a estrutura, partindo da configuração do equilíbrio imposta pelas cargas verticais, sofre novos deslocamentos e deformações e atinge uma nova configuração de equilíbrio.

Levando em conta essas observações foi implementada a seguinte estratégia para análise da estrutura submetida a uma combinação de casos de cargas verticais com casos de cargas laterais (vento, por exemplo):

- 1) com o modelo com a rigidez axial dos pilares majoradas pelo multiplicador, calcula-se a resposta elástica linear da estrutura submetidas aos casos de cargas verticais;
- 2) em seguida, considera-se que os esforços solicitantes da análise anterior atuam no modelo com pilares com inércia axial "real" e atualiza-se a matriz de rigidez desse modelo;
- 3) com o modelo com os pilares com rigidez axial "real", realiza-se uma análise não linear geométrica da estrutura sob a ação das cargas laterais. A matriz de rigidez calculada no passo anterior é considerada como a matriz de rigidez inicial da estrutura nessa análise;
- 4) os resultados para a combinação dos casos de cargas verticais com os casos de cargas laterais são obtidos somando-se os resultados das análises realizadas nos passo 1) e 3).

Para se avaliar a performance do método proposto, representa-se a ação do vento por cargas horizontais concentradas de 0.5 tf aplicadas do quinto ao décimo primeiro nós do pilar esquerdo

do pórtico. Resultados da análise do pórtico plano submetido a combinação do seu peso próprio e do vento produzidos através desse método são comparados com os obtidos através dos 2 modelos, pilares com inércia axial real e pilares com inércia axial majorada, na fig.03 e na tab. 01.

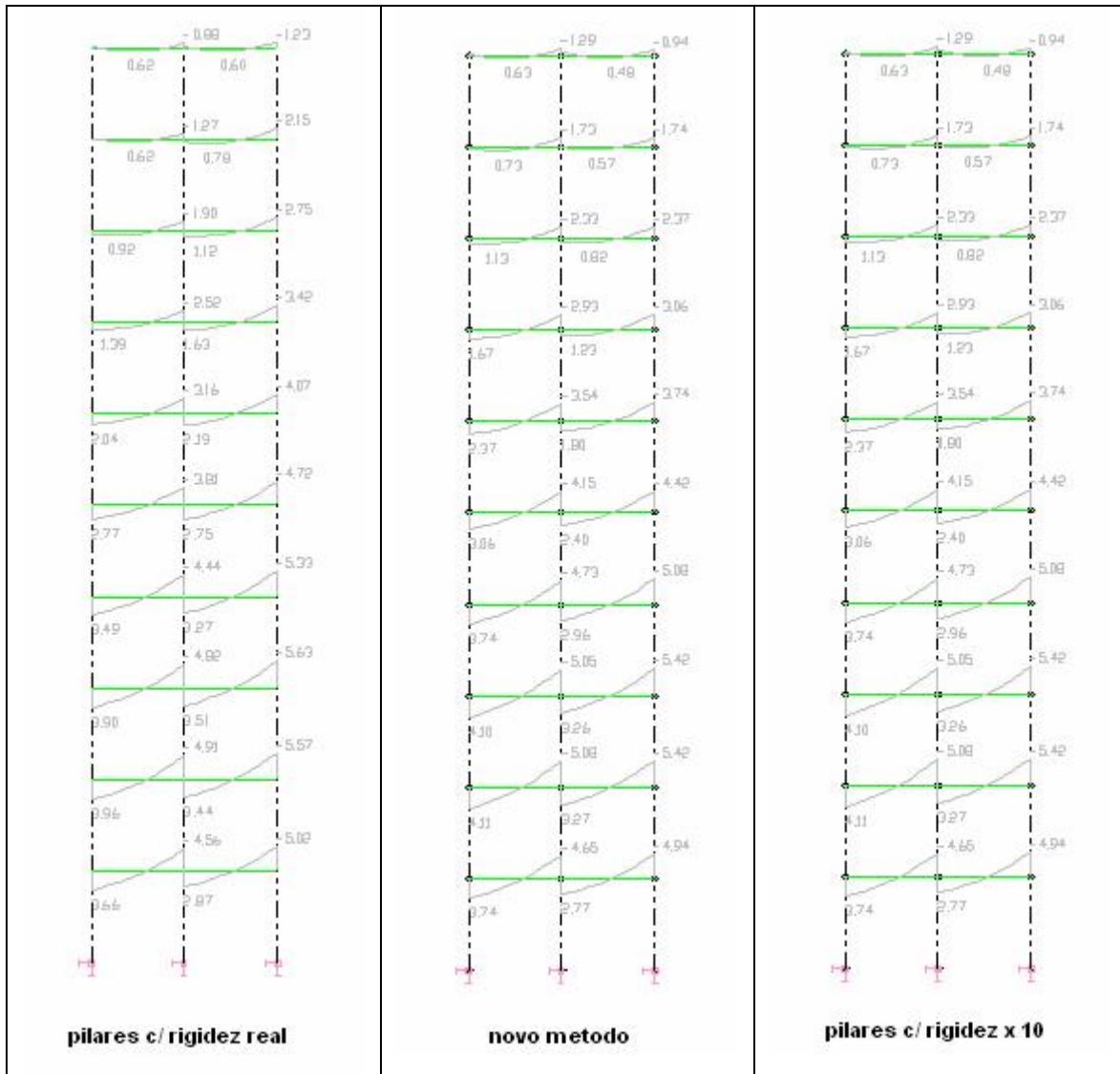


Fig.03 momentos fletores nas vigas (peso próprio + vento)

Comparando-se os diagramas da fig. 03, observa-se que os diagramas de momentos nas vigas produzidos através desse procedimento possuem padrões similares aos obtidos com a análise não geométrica com a rigidez axial dos pilares majorada.

	Desl. lateral topo – linear (cm)	Desl. lateral - não linear (cm)
Pilares c/ rigidez real	5.15	5.29
Novo metodo	-	5.29
Pilares c/ rigidez pilar x 10	4.70	4.82

Tab. 01 - Deslocamentos obtidos no top do edifício

Na tab. 01 são listados o deslocamento horizontal linear e de segunda ordem no topo do edifício

calculados através do modelo com pilares com inércia axial "real", do novo método e do modelo com pilares com inércia axial majorada. Nota-se que, nesse caso, o deslocamento lateral do novo método é praticamente o mesmo da análise não linear geométrica com os pilares com inércia axial "real".

Nesse exemplo, os resultados da análise através do novo procedimento aproximam-se seletivamente dos resultados mais "realísticos" produzidos por cada uma das análises não lineares geométricas dos 2 modelos anteriores.